Title	強磁性Heisenberg XXZ模型の量子ソリトン : Soliton Profile(ソリトン系のダイナミックスとそれに関するカオスの問題,研究会報告)
Author(s)	吉田, 春彦
Citation	物性研究 (1986), 46(1): 7-9
Issue Date	1986-04-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/91977
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

となる。ここで $x_i = \sqrt{\beta}\ k_i$,

$$\phi(x) = \frac{\sqrt{2}}{\pi}\beta \mathcal{R}_e\left(\frac{D_{-\beta-1}(-\mathrm{i}\sqrt{2}x}{D_{-\beta}(-\mathrm{i}\sqrt{2}x)}\right), \tag{10}$$

$D_\rho(Z)$ はWeber の放物柱関数である。

(9. a, b)を用いて $\varDelta\mu_1$, $\varDelta\mu_2$ の最も主要な項のみを求めてみると

$$\beta \to \infty, \qquad \varDelta\mu_1 = (1/\beta)\ln(\sqrt{2}\hbar\beta) + (\text{高次項}),$$

$$\varDelta\mu_2 = (\text{高次項}),$$

$$\beta \to 0, \qquad \varDelta\mu_1 = (3/2)(1/\beta)\ln\beta + (\text{高次項}),$$

$$\varDelta\mu_2 = (\text{高次項}),$$

となり(2. a, b)と一致する。低温極限においても高温極限においても $\varDelta\mu$ の最も主要な項はフォノンの寄与である。低温極限においてはフォノンは調和近似でよいが，高温極限においてはフォノンは他のフォノン又はソリトンとの相互作用を受けて大巾に変化している。詳細は研究中である。

参 考 文 献

1) H. Takayama and M. Ishikawa, Prog. Theor. Phys. **74** (1985), 479.

2) N. Theodoracopoulos and F. G. Mertens, Phys. Rev. **B28** (1983), 3512.

3) M. Opper, Phys. Lett. **112A** (1985), 201.

強磁性 Heisenberg XXZ 模型の量子ソリトン—Soliton Profile—

筑波大・物理　吉 田 春 彦

古典ソリトン解は量子論的束縛状態の古典極限(粒子数無限大の極限)に対応しているものと考えられる[1)]。本稿では，1次元の強磁性 Heisenberg XXX 模型を例として，この関係を調べることにする。

§ 1　古典論

Heisenberg XXX 模型の Hamiltonian は,

$$H = -J \sum_{l} \vec{S}_l \vec{S}_{l+1} \qquad (1.1)$$

で与えられる。古典連続極限における運動方程式は，適当な time scale をとると

$$\vec{S}_t = \vec{S} \times \vec{S}_{xx} \qquad (1.2)$$

となる。(2, 2) は完全可積分であり，ソリトン解を持つことが知られている[2)]。

§ 2　量子論

スピン $\frac{1}{2}$ の Heisenberg XXX 模型は，同時対角化可能な無限個の保存量 (Hamiltonian (1. 1) を含む) を持つ量子完全可積分系であり，exact eigenstates は次のような *n*-magnon state えられる。(coordinate Bethe state)[3)]

$$|\lambda_1 \cdots \lambda_n> = N_n(\lambda_1 \cdots \lambda_n) \sum_{r_1 \cdots r_n} \prod_{1 \le j < l \le n} \{\theta(r_j < r_l) + S(\lambda_j \lambda_l)\theta(r_l < r_j)\}$$

$$\times \prod_{l=1}^{n} e^{ik_l r_l} \prod_{l=1}^{n} S_{r_l}^{-} \,|0> \qquad (2.1)$$

$$S(\lambda \mu) = \frac{\lambda - \mu - 2i\eta}{\lambda - \mu + 2i} \text{ : 2体の } S \text{ 行列}$$

$$e^{ik_l} = \frac{\lambda_l - i\eta}{\lambda_l + i\eta}$$

特に *n*-magnon bound state は,

$$|n,\ K(\alpha)> = N_n(\alpha) \sum_{r_1 \cdots r_n} \theta(r_1 < r_2 < \cdots < r_n) \prod_{l=1}^{n} e^{ik_l r_l} \prod_{l=1}^{n} S_{r_l}^{-} \,|0>$$

$$\lambda_l = \alpha + i\eta(n - 2l + 1), \qquad 1 \leqq l \leqq n \qquad (2.2)$$

となり，強磁性体の場合には，無限個の magnon から成る束縛状態が存在しうる。

§ 3　Soliton Profile

$$|n,\ K(\alpha),\ t> = e^{-iHt}\,|n,\ K(\alpha)> \qquad (3.1)$$

を使い，格子間隔を a として $na = 2x_0$ (finite) となるように $n \to \infty$, $a \to 0$ の極限をとると,

soliton profileは次のように得られる[4]。

$$f_{sp}(S_r^z) \equiv \frac{1}{2\pi} \int dK(\alpha') < n, K(\alpha), t \mid S_r^z \mid n, K(\alpha'), t> \qquad (3.2)$$

$$\xrightarrow[\substack{n\to\infty \\ a\to 0}]{} \frac{1}{2} - \frac{\zeta^2}{\xi^2+\zeta^2} \operatorname{sech}^2 [2\zeta(x+x_0)+8\zeta\xi t] \qquad (3.3)$$

但し，$\zeta = \dfrac{na}{\alpha^2+(na)^2}$，$\xi = \dfrac{\alpha}{\alpha^2+(na)^2}$，$x = ra$

$$f_{sp}(S_r^-) \equiv \frac{1}{2\pi} \int dK(\alpha') < n+1, K(\alpha), t \mid S^-_r \mid n, K(\alpha'), t> \qquad (3.4)$$

$$\xrightarrow[\substack{n\to\infty \\ a\to 0}]{} \frac{-i\zeta}{\sqrt{\xi^2+\zeta^2}} \exp[i\{2\xi(x+x_0)+4(\xi^2-\zeta^2)t\}] \qquad (3.5)$$

$$\times \operatorname{sech}[2\zeta(x+x_0)+8\zeta\xi t]$$

(3.3)，(3.5)は古典ソリトン解[2]と一致しており，その移動速度(-4ξ)は束縛状態の波動関数の群速度に等しい。(3.2)，(3.4)はGoldstone-Jackiwの ansatz[5] と同等であり，その実例を与えるものである。

§4　結び

以上のように強磁性 Heisenberg XXX模型の古典ソリトン解が，量子論的束縛状態の古典極限として説明できることがわかった。ここで用いた手法は，より一般的なcoordinate Bethe state[3] を使うことにより，他の興味深いモデル(Heisenberg XXZ模型，Sine-Gordon模型等)にもそのまま適用できる。また，2個のソリトンの散乱によるphase shiftや，摂動を加えた際のソリトンの分裂確率の計算等も今後の課題として興味深い。

参 考 文 献

1)　M. Wadati and M. Sakagami, J. Phys. Soc. Jpn. **53** (1984) 1933.
2)　T. Shimizu, J. Phys. Soc. Jpn. **53** (1984) 507.
3)　吉田春彦，物性研究 45,　No. 1 (1985) 32.
4)　H. Yoshida, in preparation.
5)　J. Goldstone and R. Jackiw, Phys. Rev. **D11** (1975) 1486.